КОММЕНТАРИИ К КОНТРОЛЬНОЙ 1 11.11.13

ВАРИАНТ 1

1. Пусть $L_1 = (x(0x)x)^*0^*$ в алфавите $\{0, x\}$, $L_2 = L(G)$, где $G = \{\{S, B, C, G, D, E, F, I\}, \{0, x\}, \{S \to 0B|xC, B \to 0B|xG, C \to 0D|xG|\varepsilon, D \to 0G|xE|\varepsilon, E \to 0F|xS|\varepsilon,\ F \to 0G|xE|\varepsilon, G \to 0G|xG|\varepsilon|I, I \to 0I\}, S\}$. Докажите или опровергнете, что $L_1 = \bar{L}_2$.

Это чисто алгоритмическое упражнение, причем успех сильно зависит от того, насколько продуктивно вы выполняли похожие манипуляции ранее (например, решали ли вы задачи задания самостоятельно или переписывали, особо не задумываясь). Полезно, хотя бы наметить ход решения задачи крупными алгоритмическими блоками. Помните, что есть много способов преобразований регулярных объектов, но они могут сильно различаться по трудоемкости.

При решение этой задачи было допущено достаточно много немотивированных ошибок и опечаток.

2. Определим язык L над алфавитом $\{a, b\}$ индуктивными правилами:

(i) $a \in L$;

(ii) вместе с любым словом $x \in L$ в L также входят слова ax, xb;

(iii) никаких других слов в L нет.

В язык $T \subseteq \{a, b\}^*$ входят все слова, начинающиеся с a, в которых нет подслов "aba" и "bba". Докажите или опровергните, что $L = T$.

Ответ: языки совпадают.

Это простое упражнение на индукцию (нужно доказать включения $L \subseteq T$ и $T \subseteq S$). Задачу выполнили практически все, кто пытался ее решать.

3.Язык L_1 задан грамматикой $G = \{\{S\}, \{a, b\}, \{S \to aSb|aaSb|bSa|bSb|\varepsilon\}, S\}$, язык $L_2 = L_1 \cap L(a^*b^*)$.

3.1. Выписать все слова из языка L_2 длины 6.

3.2. Является ли регулярным язык L_2?

3.3. Является ли регулярным дополнение языка L_1?

Это интересная задача. Если у вас возникли трудности, то выполните хотя бы первый пункт (здеьс нужно внимание). После этого можно сформулировать гипотезы об ответах в двух оставшихся пунктах. Если данных не хватает, то можно посмотреть все слова длины 8.

4. Ответьте на вопросы. Необоснованные ответы, даже правильные, не оцениваются

4.1. Из языка L_1 исключили конечный язык R и получили язык L ($L = L_1 \setminus R$). Язык L оказался нерегулярным. Верно ли, что язык L_1 мог быть регулярным?

Ответ: нет. Постройте явный контрпример. Многие написали неверные обоснования, ссылаяь на замкнутость регулярных языков относительно объединения.

4.2. Язык задан контекстно-свободной грамматикой, которая является контекстно- зависимой. Может ли он быть регулярным?

Ответ: да. Постройте явный пример.

4.3. Пересечение языка L_1 с дополнением нерегулярного языка L_2 — нерегулярный язык. Следует ли отсюда, что L_1 нерегулярный язык?

Ответ: нет. Постройте явный контрпример.

4.4. Верно ли, что язык, образованный конкатенацией регулярного языка R и нерегулярного языка L, может быть регулярным языком?

Ответ: да. Постройте явный пример.

4.5. Верно ли, что грамматика G, порождающая регулярный язык, не может иметь тип 2 по Хомскому

Ответ: да. Постройте явный пример.

4.6. Язык L_1 является контекстно-свободным языком, но не является регулярным. Может ли язык L_1^* быть регулярным?

Ответ: да. Постройте пример.

КОММЕНТАРИИ К КОНТРОЛЬНОЙ 2 16.12.13

ВАРИАНТ 1

1. Язык L определён над алфавитом $\Sigma_2 = \Sigma_1 \cup \Sigma_2$, где $\Sigma_1 = \{a_1, b_1\}$, $\Sigma_2 = \{a_2, \bar{b}_2\}$. Язык L задан грамматикой $\{\{S\}, \Sigma_1 \cup \Sigma_2, \{S \to a_1Sa_2a_2 \,|\, b_1Sb_2b_2 \,|\, \varepsilon\}, S\}$. Построить КС-грамматику или МП-автомат для языка $((\Sigma_1 \cup \Sigma_2)^* \setminus L) \cap (\Sigma_1^*\Sigma_2^*)$.

Прежде всего перепишем формулу: $N = ((\Sigma_1 \cup \Sigma_2)^* \setminus L) \cap (\Sigma_1^*\Sigma_2^*) = (\Sigma_1 \cup \Sigma_2)^* \cap \bar{L} \cap (\Sigma_1^*\Sigma_2^*) = (\Sigma_1^*\Sigma_2^*) \setminus L$. Осталось понять, какие слова из L принадлежат $\Sigma_1^*\Sigma_2^*$. Понятно, что это будут только слова вида $L_1 = \{a_1^k a_2^{2k}\}$ или $L_2 = \{b_1^k b_2^{2k}\}$, $k = 0, 1, \ldots$, т.е. получаем такое представление для искомого языка $(\Sigma_1^+ + \varepsilon)(\Sigma_2^+ + \varepsilon) \setminus (L_1 \cup L_2) = \Sigma_1^+\Sigma_2^+ + \Sigma_1^+ \setminus L_1 + \Sigma_2^+ \setminus L_2$ и теперь просто построить, скажем, МП-автомат или КСГ для искомого языка.

2. Дана грамматика $G = \{\{A, S, B\}, \{a, b, c\}, \{S \to A; A \to a|bBc, B \to Bb|b\}, S\}$. Является ли грамматика $G\,LR(k)$ грамматикой? При положительном ответе на вопрос найти минимальное k и построить соответствующий анализатор. Воспользовавшись построенным анализатором, построить дерево разбора цепочки **bbbc**.

Это $LR(0)$-грамматика. У некоторых были проблемы с построением дерева разбора (приводился только протокол вывода).

3. Язык L задан неоднозначной КС-грамматикой $G = \{\{S\}, \{(,)\}, \{S \to (S)|SS|()\}, S\}$. Написать $LL(1)$-грамматику для языка L.

В этой задаче надо было понять, что никакие трюки с удалением левой рекурсии и левая факторизации не сделают КСГ однозначной (а потому и не превратят ее в LL-грамматику). Таким образом, нужно попытаться построить $LL(1)$-грамматику для языка $L(G)$, который, как просто проверить и доказать по индукции, оказался языком правильных скобочных выражени без пустого слова. Осталось придумать, как построить такую КСГ.

4. Ответьте на вопросы. Необоснованные ответы, даже правильные, не оцениваются

4.1. Пересечение КС-языка L и регулярного языка R, оказалось регулярным языком. Мог ли язык L быть нерегулярным?

Ответ: да. Постройте явный пример.

4.2. Пусть L_1 и L_2 — КС-языки. Пересечение языка L_1 с дополнением языка L_2 — язык $L_1 \cap \bar{L}_2$ — оказался не КС-языком. Мог ли хотя бы один из этих языков быть регулярным?

Ответ: да. Постройте явный пример. *Подсказка: можно использовать язык* $a^n b^n c^n$.

4.3. Пусть L_1 и L_2 дополнения КС-языков, не являющихся регулярными. Их объединение оказалось не КС-языком. Возможно ли, что хотя бы один из языков оказался КС-языком?

Ответ: да. Постройте явный пример.

4.4. Существует ли такая праволинейная (не обязательно регулярная праволинейная) грамматика, которая не является $LL(1)$-грамматикой?

Ответ: да. Постройте явный пример.

4.5. Пусть для некоторых двух правил $A \to \alpha$ и $A \to \beta$ КС-грамматики G выполнено условие $\varepsilon \in (FIRST(\alpha) \cap FIRST(\beta))$. Верно ли, что грамматика G не является $LL(1)$ — грамматикой?

Ответ: да. Это легко вытекает из $LL(1)$-критерия. Постройте явный пример.

4.6.В одном из множеств LR-ситуаций $LR(1)$-анализатора для грамматики G оказались две ситуации, порождающие в управляющей таблице анализатора операцию свёртки по разным правилам. Следует ли отсюда, что грамматика G не является $LR(0)$-грамматикой

Ответ: да.