Теория к домашним заданию по теме «регулярные языки и конечные автоматы» приведена в книжке http://rubtsov.su/public/books/zz-a5-online.pdf. Там же приведены используемые здесь обозначения. Ответьте на контрольные вопросы из разделов 5.4-6 и проверьте себя, сверившись с ответами! Сдавать решение контрольных вопросов не нужно. В случае, если задача в ДЗ помечена символом $\circ$, её решение приведено в книжке. Попробуйте сначала решить эту задачу сами, потом сверьтесь с решеним; сдавать решение этой задачи на проверку не нужно.

Во всех задачах данного листка, кроме **№3, 4**, языки определены над алфавитом $\Sigma = \{a, b\}$.

1. Пусть $\mathcal{A}$ — полный ДКА, распознающий язык L. Докажите, что

а) каждый левый язык L_q является подмножеством некоторого класса L-эквивалентности: $x \in L_q \Rightarrow L_q \subseteq [x]$.

б) для каждого класса эквивалентности $[x]$ существует такое подмножество состояний $Q_x \subseteq Q_{\mathcal{A}}$, что

$$[x] = \bigcup_{q \in Q_x} L_q.$$

в) если $x \in L_q$, то $L_p \subseteq [x]$ тогда и только тогда, когда $R_q = R_p$ (когда правые языки для состояний p и q совпадают).

2. К языку L_1 добавили конечный язык R и получили язык L ($L = L_1 \cup R$). Язык L оказался регулярным. Верно ли, что язык L_1 мог быть нерегулярным?

3. Является ли регулярным язык L всех слов в алфавите $\{0, 1\}$, которые представляют числа в двоичной записи, дающие остаток два при делении на три (слово читается со старших разрядов)? Например, $001010\,(1010_2 = 10_{10} = 3 \times 3 + 1) \notin L$, а $10001\,(10001_2 = 17_{10} = 5 \times 3 + 2) \in L$.

4. Постройте суффиксный автомат $\mathcal{A}$ для слова $abcbc$ и выполните следующие упражнения.

1. Известно, что в тексте (слове) t слово $bcbc$ встретилось 20 раз (как подслово), а слово bc встретилось 60 раз. Сколько могло встретиться слово cbc?

2. Постройте минимальный ДКА, распознающий язык $\Sigma^*\mathrm{Suff}(abcbc)$, где $\Sigma = \{a, b, c\}$, а $\mathrm{Suff}(w)$ — множество суффиксов слова w.

5. Опишите классы эквивалентности Майхилла-Нероуда для языка L. В случае конечности множества классов, постройте минимальный полный ДКА, распознающий L.
$L =$ **а)** $SQ = \{ww \mid w \in \Sigma^*\}$; **б)** $\Sigma^* ab \Sigma^*$.

6*. Обозначим через $R(\mathcal{A})$ автомат для языка $L^R(\mathcal{A})$ (обращения $L(\mathcal{A})$), построенный по алгоритму с семинара. Через $D(\mathcal{A})$ обозначим ДКА, полученный детерминизацией из НКА $\mathcal{A}$. Пусть $\mathcal{A}$ — полный ДКА. Докажите. что тогда $D(R(D(R(\mathcal{A}))))$ — минимальный ДКА. То есть двукратное последовательное выполнение процедур обращения и детерминизации для полного ДКА приводит его к минимальному.