

Решения и критерии проверки декабрьской контрольной по ТРЯП

ФУПМ 2016

Разбалловка

неуд	удовл	хорошо	отлично
$0 \leq \Sigma \leq 9$	$10 \leq \Sigma \leq 14$	$15 \leq \Sigma \leq 20$	$21 \leq \Sigma \leq 26$
1: 1-6, 2: 7-9	3: 10-12, 4: 13-14	5: 15-16, 6: 17-18, 7: 19-20	8: 21-22, 9: 23-24, 10: 25-26

Задача 1 (4). Является ли грамматика G LR(k)-грамматикой? При положительном ответе на вопрос найти минимальное k и построить соответствующий анализатор.

Критерии.

- Если не доказано, что грамматика G не является LR(0)-грамматикой, то **-1 балл**.
- Небольшие технические ошибки на первом шаге снимают балл, но не влекут обнуления последующих шагов.
- наличие ε -переходов в автомате (анализаторе) – **0 очков** за задачу.

Задача 2 (6).

I	Action	Goto							
		S'	S	L	x	()	*	\$
0	Shift		1		2	3			
1	Accept								
2	R [S \rightarrow x]								
3	Shift		5	4	2	3			
4	Shift						6	7	
5	R [L \rightarrow S]								
6	R [S \rightarrow (L)]								
7	Shift		8		2	3			
8	R [L \rightarrow L*S]								

В приведенной ниже конфигурации LR-анализатора в первой компоненте (содержимом магазина) опущены состояния анализатора. В процессе разбора строки $z \in L(G)$ анализатор оказался в конфигурации $\langle ((L*, x) * x)\$ \rangle$.

1. Восстановите состояния анализатора в содержимом магазина.
2. Восстановите любую из возможных строк $z \in L(G)$, разбор которой мог привести к этой конфигурации.
3. С помощью анализатора постройте дерево вывода для восстановленной строки z .

Критерии.

- Разбалловка по пунктам 1.5+3+1.5.
- Бонус за обнаружение опечаток в условии.
- Отсутствие обоснования корректности: **-1** балл к соответствующему пункту.

План решения.

1. Состояние анализатора в магазине восстанавливается через таблицу *Goto*. Искомая последовательность состояний является последовательностью состояний при обработке LR(0)-автоматом, заданным таблицей *Goto*, слова $((L*$. Обработка начинается из состояния I_0 .

2. Вместо нетерминала L достаточно подставить любое слово, выводимое из нетерминала L . Например, x . В результате получится слово $((x*x)*x)$.

3. Необходимо продемонстрировать работу анализатора на полученном в пункте 2 слове – например, $((x * x) * x)$. И по полученному правому выводу построить дерево разбора.

В качестве обоснования справедливости пунктов **1** и **2** подходит указание искомой конфигурации при демонстрации в пункте **3**.

Другое обоснование корректности пунктов **1-2**. LR-анализатор осуществляет синтаксически управляемый перевод слова, в его правый разбор. При этом, на каждом такте работы анализатора, конкатенация содержимого стека и необработанной части входа является шагом правого

вывода. Поэтому, какое бы слово, выводимое из нетерминала L , не было подставлено вместо L , в результате его разбора возникнет описанная конфигурация. При этом, последовательность состояний, опущенных в стеке анализатора, не зависит от входа, в силу алгоритма работы анализатора. А именно, после свёртки по некоторому правилу $A \rightarrow \alpha$, переход в состояние определяется таблицей Goto, то есть зависит только от состояния в стеке и нетерминала A , но не зависит от α и слова, выведенного из A , а также необработанной части слова.

Задача 3 (i) (4). Пусть A и B регулярные языки над алфавитом $\Sigma = \{a, b\}$. Определим язык $L = \{xy \mid x \in A, y \in B, |x| = |y|\}$. Верно ли, что язык L является КС-языком?

Задача 3 (ii). $L = \{xy \mid x \in A, y \in B, x = y^R\}$

Задача 3 (iii). $L = \{xy \mid x \in A, y \in B, |x|_a > |y|_b\}$

Задача 3 (iv). $L = \{xy \mid x \in A, y \in B, |x| < |y|_b\}$

Критерии. Корректное описание процедуры построения автомата с попытками обоснования корректности, но в итоге без доказательства – не более **2** очков за задачу. Корректность доказана в одну сторону – не более **3** очков за задачу.

Решение. Во всех вариантах ответ «Да». Приведём решение для первого варианта, для остальных вариантов решения аналогичны. Пусть \mathcal{A} и \mathcal{B} – ДКА, распознающие языки A и B соответственно. Докажем, что для языка L существует МП-автомат $M : L(M) = L$, который устроен следующим образом.

Приведём описание МП-автомата M . Автомат недетерминированно угадывает разделение входного слова на x и y , моделирует работу ДКА \mathcal{A} на входе x и ДКА \mathcal{B} на входе y , при этом при обработке x кладёт символ 1 в стек, а при обработке y извлекает 1. В случае, если автомат достиг маркера дна и входное слово xy обработано, автомат принимает слово.

Корректность. Для любого слова $w \in L$ существует разбиение $w = xy$ с указанными свойствами, которые автомата проверяет по построению. В обратную сторону: если существует ход МП-автомата, на котором входное w разбивается на x и y и МП-автомат переходит в принимающую конфигурацию на w , то по построению автомата $x \in L(\mathcal{A}), y \in L(\mathcal{B})$ и при этом, условие, проверяемое стеком гарантирует, что $|x| = |y|$.

Задача 4 (4). Приведение грамматики в форме Бэкуса-Наура к LL(1)-грамматике

Критерии.

- Корректное описание преобразований [] и { } по **0.75 балла**.
- Вычисление FIRST и FOLLOW по **0.75 балла**, если есть пояснения или алгоритм, иначе **0.5 балла** за оба вычисления.
- **+1 балл** за обоснование LL(1) — анализатор или критерий.

Задача 5 (3).

5 (i). LR(1)-грамматика содержит правила $A \rightarrow BabA$ и $A \rightarrow BaB$. Известно, что множество I содержит ситуацию $[A \rightarrow Ba.bA, \$]$. Возможно ли, что I содержит также ситуацию $[A \rightarrow Ba.B, \$]$? Может ли множество I содержать ситуацию $[B \rightarrow ., b]$?

5 (ii). LR(1)-грамматика содержит правила $A \rightarrow BabA$ и $A \rightarrow BbB$. Известно, что множество I содержит ситуацию $[A \rightarrow Ba.bA, \$]$. Возможно ли, что I содержит также ситуацию $[A \rightarrow Bb.B, \$]$? Может ли множество I содержать ситуацию $[B \rightarrow ., b]$?

5 (iii). LR(1)-грамматика содержит правила $A \rightarrow BbaA$ и $A \rightarrow BbB$. Известно, что множество I содержит ситуацию $[A \rightarrow Bb.aA, \$]$. Возможно ли, что I содержит также ситуацию $[A \rightarrow Ba.B, \$]$? Может ли множество I содержать ситуацию $[B \rightarrow ., a]$?

5 (iv). LR(1)-грамматика содержит правила $A \rightarrow BabA$ и $A \rightarrow BbB$. Известно, что множество I содержит ситуацию $[A \rightarrow B.abA, \$]$. Возможно ли, что I содержит также ситуацию $[A \rightarrow B.bB, \$]$? Может ли множество I содержать ситуацию $[B \rightarrow ., b]$?

Критерии. Разбалловка 2+1.

Решение. **5 (i).** Да, если I содержит ситуацию $[A \rightarrow Ba.bA, \$]$, то в состоянии I в графе LR(1)-автомата есть путь $K \xrightarrow{B} J \xrightarrow{a} I$, при этом множество K содержит ситуацию $[A \rightarrow .BabA, \$]$. Ситуации вида $A \rightarrow .\alpha, u$ могут оказаться в множестве LR-анализатора только в результате процедуры замыкания, а значит, если грамматика имеет правило $A \rightarrow \beta$,

то оно также окажется в множестве K . Таким образом, K содержит также и ситуацию $[A \rightarrow .BaB, \$]$, но тогда её содержит и множество I , в силу того, что $K \xrightarrow{B} J \xrightarrow{a} I$.

Нет, множество I не может содержать ситуацию $[B \rightarrow ., b]$, поскольку в этом случае в I возникал бы конфликт вида Shift-Reduce по символу b .

5 (ii). Нет, если I содержит ситуацию $[A \rightarrow Ba.bA, \$]$, то в состоянии I в графе $LR(1)$ -автомата есть путь $K \xrightarrow{B} J \xrightarrow{a} I$. При этом, поскольку в любое состояние $LR(1)$ автомата переходы могут быть только по одному символу, то в I не может оказаться ситуация $[A \rightarrow Bb.B, \$]$, поскольку она может оказаться в состоянии I , только если в некотором состоянии Q была ситуация $[A \rightarrow B.bB, \$]$ и при этом в графе $LR(1)$ -автомата есть переход $Q \xrightarrow{b} I$.

Нет, множество I не может содержать ситуацию $[B \rightarrow ., b]$, поскольку в этом случае в I возникал бы конфликт вида Shift-Reduce по символу b .

5 (iii). Да/Нет аналогично i. **5** (iv). Нет/Нет аналогично ii.

Задача 6 (2).

6 (i). Язык L состоит из всех слов нечётной длины с чётным количеством букв a . Верно ли, что для языка L выполняется следующее утверждение:

$$\exists n \forall w \in L, |w| > n \exists x, u, y, v, z : w = xuyvz, |uv| > 0, \forall i \geq 0 xu^i yv^i z \in L?$$

6 (ii). Язык L состоит из всех слов чётной длины с нечётным количеством букв b . Верно ли, что для языка L выполняется следующее утверждение:

$$\forall n \exists w \in L, |w| > n \forall x, u, y, v, z : w = xuyvz, |uv| \neq 0, \exists i \geq 0 xu^i yv^i z \notin L?$$

6 (iii). Язык L состоит из всех слов чётной длины с нечётным количеством букв a . Верно ли, что для языка L выполняется следующее утверждение:

$$\exists n \forall w \in L, |w| > n \exists x, u, y, v, z : w = xuyvz, |uv| > 0, \forall i \geq 0 xu^i yv^i z \in L?$$

6 (iv). Язык L состоит из всех слов нечётной длины с нечётным количеством букв b . Верно ли, что для языка L выполняется следующее утверждение:

$$\forall n \exists w \in L, |w| > n \forall x, u, y, v, z : w = xyuvz, |uv| \neq 0, \exists i \geq 0 xu^i yv^i z \notin L?$$

Критерии. Обоснована регулярность языка и есть попытка приложить к решению лемму о накачке для КС-языков – **0,5 балла.**

Решение. Язык L является регулярным во всех вариантах.

6 (i). Да. Сформулированное в кванторах утверждение является ослабленным вариантом леммы о накачке для КС-языков: отсутствует условие $|uyv| < n$. Поскольку язык L является регулярным, то для него выполняется более сильное утверждение – лемма о накачке для КС-языков. А значит, для него выполняется и более слабое.

6 (ii). Нет. Сформулированное в кванторах утверждение является усилением отрицания леммы о накачке для КС-языков: не накладывается ограничения $|uyv| < n$. Поскольку язык L является регулярным, то для него выполняется лемма о накачке для КС-языков. А значит, для него не выполняется более слабое утверждение – отрицание леммы о накачке. Поскольку из утверждения вопроса следует отрицание леммы о накачке, то утверждение не выполняется для языка L .

6 (iii). Да аналогично i. **6** (iv). Нет аналогично ii.

Задача 7 (i)(2). Язык L задан КС-грамматикой $\{\{S, A, B\}, \{a, b\}, \{S \rightarrow AB, A \rightarrow aB, B \rightarrow aAB \mid b\}, S\}$. Постройте МП-автомат, который допускает язык L . **Все элементы автомата должны быть выписаны в явном виде!**

7 (ii). $S \rightarrow aB, A \rightarrow aA B \rightarrow aBA \mid b$

7 (iii). $S \rightarrow BA \mid \varepsilon A \rightarrow aB, B \rightarrow aS$, алфавит $\{a\}$.

7 (iv). $S \rightarrow aB, B \rightarrow aA, A \rightarrow aAB \mid a$

Критерии.

- Если построение использует GN-теорему, а строится F-автомат, то **-1 балл**.
- Функцию переходов допустимо представлять диаграммой или таблицей.
- Не все элементы автомата выписаны в явном виде – **-1 балл**.

Решение. Искомый МП-автомат строится путём использования GN-теоремы – стандартный алгоритм построения N-автомата по грамматике.

Задача 8 (1).

8 ⟨i⟩. Верно ли, что контекстно-зависимый язык не может иметь в качестве подмножества регулярный язык?

8 ⟨ii⟩. Верно ли, что контекстно-зависимый язык не может целиком содержаться как подмножество в некотором регулярном языке?

8 ⟨iii⟩. Верно ли, что язык типа-0 по Хомскому не может иметь в качестве подмножества регулярный язык?

8 ⟨iv⟩. Верно ли, что язык типа-0 по Хомскому не может целиком содержаться как подмножество в некотором регулярном языке?

Решение. 8 ⟨i⟩. Неверно, непустой язык содержит в качестве подмножества конечный язык, который является регулярным.

8 ⟨ii⟩. Неверно, любой язык содержится в качестве подмножества в языке всех слов, который является регулярным.

8 ⟨iii⟩. Неверно аналогично i. 8 ⟨iv⟩. Неверно аналогично ii.