

Задание 9

Приведение Контекстно-Свободных грамматик

Ключевые слова¹: язык, контекстно-свободный язык, магазинный автомат, грамматика, морфизм, метод математической индукции.

1 Приведённые КС-грамматики

Может так получиться, что не все нетерминалы из описания КС-грамматики могут встретиться в некотором выводе слова. Такие нетерминалы могут возникнуть в ходе различных алгоритмических преобразований, которые встретятся позже. Для удобства, в частности для корректности работы многих алгоритмов, необходимо от таких бесполезных нетерминалов избавиться.

Выделяют два типа бесполезных нетерминалов. Нетерминал A называется *бесплодным*, если язык $L(G_A) = \{w \mid A \Rightarrow^* w\}$ пуст. Нетерминал A называется *недостижимым*, если ни одна цепочка вида $\alpha A \beta$ не выводится из S . Грамматика G называется *приведённой*, если она не содержит недостижимых и бесплодных нетерминалов.

Для того, чтобы удалить все бесплодные символы нужно действовать по следующему алгоритму:

- Множество $V_0 = T$.
- Множество V_{i+1} строим по V_i следующим образом. Положим в начале $V_{i+1} = V_i$. Если для правила $A \rightarrow \alpha$ справедливо $\alpha \in V_i^*$, то добавим нетерминал A в множество V_{i+1} .
- Как только $V_{i+1} = V_i$, объявляем $N = V_i \setminus T$, удаляем из P все правила, которые содержат нетерминалы не из V_i и заканчиваем работу.

Упражнение 1. Доказать корректность данного алгоритма.

Чтобы удалить все недостижимые символы нужно действовать по следующему алгоритму:

¹минимальный необходимый объем понятий и навыков по этому разделу)

- Множество $V_0 = S$
- Множество V_{i+1} строим по V_i следующим образом. Положим в начале $V_{i+1} = V_i$. Если $A \in V_i$ и $A \rightarrow \alpha B \beta$, то добавим нетерминал B в множество V_{i+1} .
- Как только $V_{i+1} = V_i$, объявляем $N = V_i$, удаляем из P все правила, которые содержат нетерминалы не из V_i и заканчиваем работу.

Упражнение 2. Доказать корректность данного алгоритма.

Для того чтобы по грамматике G построить приведённую грамматику G' , необходимо сначала удалить все бесплодные символы, а потом удалить все недостижимые символы. Действовать надо именно в таком порядке, потому что иначе после удаления бесплодных символов могут появиться новые недостижимые символы, а после удаления недостижимых, новые бесплодные появиться не могут

2 Задачи

Задача 1. $L = \{xcy \mid x, y \in \{a, b\}^*; x \neq y^R\}$. Постройте детерминированный МП-автомат, распознающий язык L . Если не получается построить детерминированный, построьте хотя бы недетерминированный.

Задача 2. $L = \{xy \mid x, y \in \{a, b\}^*; x \neq y\}$. Постройте МП-автомат, распознающий язык L .

Задача 3*. Пусть L – КС-язык. Докажите, что язык $\text{Pref}(L) = \{u \mid \exists v \in \Sigma^* : uv \in L\}$, язык префиксов всех слов языка L , является КС-языком.

Задача 4. Постройте по грамматике G приведённую грамматику. Все построения должны быть выполнены строго по алгоритму.

$$\begin{array}{ll}
 S \rightarrow A|B|C|E|AG & C \rightarrow BaAbC|aGD|\varepsilon \\
 A \rightarrow C|aABC|\varepsilon & F \rightarrow aBaaCbA|aGE \\
 B \rightarrow bABa|aCbDaGb|\varepsilon & E \rightarrow A
 \end{array}$$