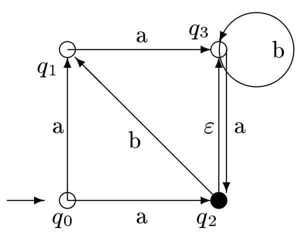
Вариант для подготовки к контр. N 1 3.11.13

Комментарий. Это практически дословный вариант контрольный по курсу, аналогичному нашему, из одного известного университета (из первой мировой тройки). Я сохранил оригинальную разбалловку. Если не считать того, что это был один из трех обязательных курсов для студентов этого университа, то все остальные параметры (время занятий, объем материала и т.д.) примерно одинаковые. Но прошу учесть, что до этого курса студенты этого университета по сложившейся традиции вообще изучали естественнонаучные дисциплины, как чистописание (этим, в частности, объясняется такой высокий балл для всех задач, в которых нужно провести строгое доказательство). Это довольно старый вариант. Сейчас контрольная стала, насколько я понимаю, несколько труднее.

1 (4×4 **баллов).** Ответьте на следующие вопросы, приведя короткое обоснование. Справедливы ли следующие утверждения?
(i) Множество нерегулярных языков несчетное.
(ii) $L_1 = L_2 \Leftrightarrow L_1^* = L_2^*$.
(iii) $(\emptyset \cup \emptyset^*) \cap (\bar{\emptyset} \setminus (\emptyset\emptyset^*)) = \emptyset$ (обратите внимание на знак дополнения $\overline{(\cdot)}$).
(iv) Каждый бесконечный язык является дополнением конечного.

2 (6 **баллов).** Определим отношение $\mathcal{R}$ на множестве ДКА: $M_1 \mathcal{R} M_2 \Leftrightarrow L(M_1) \supseteq L(M_2)$. Будет ли $\mathcal{R}$ отношением эквивалентности?

3 ($4+1$ **баллов).** Для НКА, изображенного на диаграмме (q_0 — начальное состояние, q_2 — финальное)
(i) укажите все возможные вычисления на цепочке $aabb$;
(ii) принимается ли слово $aaba$?



4 (4×7 **баллов).** Какие из следующих языков регулярные?
(i) $\{a^i b^j, \mid i < j < 2013\}$;
(ii) $\{a^j b^j, \mid i < j\}$;
(iii) $\{a^{j-i}, \mid i \leq j\}$;
(iv) $\{xyzy^R,$
$mid\, x, y, z \in \{a, b\}^*\}$.

5 (8 **баллов).** Найдите регулярное выражение для языка: $\{w \in \{a, b\}^* \mid |w|_a \geq 1, |w|_b \leq 1\}$.

6 (16 **баллов).** Пусть α — регулярное выражение, в котором не используется операция “$\star$”. Покажите, что $|L(\alpha)| \leq 2^{|\alpha|}$. (Замечание. Первый знак $|\ldots|$ обозначает мощность множества, а второй — длину слова.)