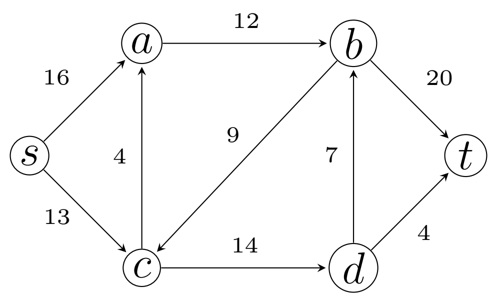
Потоки

1. Пусть в транспортной сети G задан поток f, а p — увеличивающий путь в остаточной сети G_f. Определите формально поток f_p, полученный в результате увеличения f путём p; докажите, что определение f_p корректно, т.е. что f_p является потоком.

2. Найти максимальный поток и минимальный разрез, используя алгоритм Эдмондса-Карпа.



3. Замените в транспортной сети предыдущей задачи пропускную способность ребра $d \to t$ на ∞ и продемонстрируйте две итерации работы алгоритма Эдмондса-Карпа, взяв первым увеличивающий путь, проходящий через это ребро.

4. Построить пример транспортной сети, на которой метод Форда-Фалкерсона работает экспоненциальное время. Опишите алгоритм поиска увеличивающего пути, который вы использовали для данного примера.

5 [7.17 ДПВ]. Ребро сети называется узким местом (bottleneck edge), если увеличение его пропускной способности приводит к увеличению максимального потока. Постройте эффективный алгоритм, который находит все узкие места сети.

6 [7.23 ДПВ]. Вершинным покрытием неориентированного графа $G(V, E)$ называется множество его вершин, которое покрывает каждое ребро, то есть подмножество $S \subseteq V$ с таким свойством: для каждого ребра $\{u, v\} \in E$ хотя бы один из его концов u, v лежит в S. Покажите, что задача нахождения минимального вершинного покрытия в двудольном графе сводится к задаче о максимальном потоке. (Подсказка: можете ли вы как-то связать минимальное вершинное покрытие с минимальным разрезом в некоторой сети?)