

Графы I. Поиск в глубину

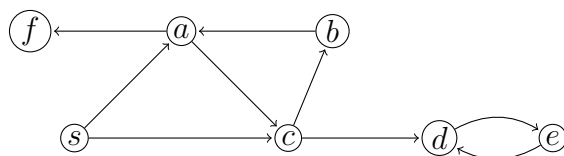


Рис. 1: Граф H .

1. 1. Опишите компоненты сильной связности графа H .
2. проведите поиск в глубину начиная с вершины **а)** с вершины a ; **б)** с вершины b ; **в)** с вершины e .
3. Используя время открытия и закрытия, найденные поиском в глубину, найдите алгоритмически компоненты сильной связности. Постройте конденсат H' графа H .
4. Проведите топологическую сортировку графа H' .
2. Докажите, что поиск в глубину работает за время $O(|V| + |E|)$.
3. В графе G был проведён поиск в глубину. Время открытия и закрытия вершин сохранено в массивах d и f . Постройте алгоритм, который используя только данные из массивов d и f (и описание графа) проверяет, является ли ребро e графа G **а)** обратным ребром; **б)** ребром дерева.
4. Модифицируйте поиск в глубину так, чтобы по результату исполнения алгоритма следующие условия можно было проверить за $O(1)$ (постройте алгоритмы проверки этих условий):
 - а) ребро e является ребром дерева;
 - б) ребро e является прямым ребром.
5. Постройте алгоритм, который проверяет, является ли граф двудольным.
6. Постройте алгоритм, который находит в графе Эйлера цикл за $O(|V| + |E|)$.
7. Постройте алгоритм, который находит кратчайшие расстояния от вершины u до всех достижимых из нее вершин взвешенного ориентированного ациклического графа (DAG) и оцените его время работы. На вход задачи подаётся описание DAG G и список ребер, каждое ребро задано тройкой целых чисел (i, j, w) , если в G есть ребро из вершины i в вершину j веса w . Длина пути из вершины u в вершину v во взвешенном графе — сумма весов на пути из u в v , если этот путь существует.
- Определение.** Ориентированный граф называют *турниром*, если между каждой парой его вершин есть ровно одно ребро. Также такие графы называют *полными ориентированными графами*.
8. Турнир с $|V|$ вершинами задан в виде матрицы смежности ($|V|^2$ памяти), предложите алгоритм, который находит общий сток за $O(|V|)$ (или говорит, что его нет).
Общим стоком называют вершину, достижимую из любой вершины, такую, что из нее самой ребер не выходит.