

1. Верно ли, что **а)** $n = O(n \log n)$? **б)** $\exists \varepsilon > 0 : n \log n = \Omega(n^{1+\varepsilon})$?

2. Известно, что $f(n) = O(n^2)$, $g(n) = \Omega(1)$, $g(n) = O(n)$. Положим

$$h(n) = \frac{f(n)}{g(n)}.$$

1. Возможно ли, что **а)** $h(n) = \Theta(n \log n)$; **б)** $h(n) = \Theta(n^3)$?

2. Приведите наилучшие (из возможных) верхние и нижние оценки на функцию $h(n)$ и приведите пример функций $f(n)$ и $g(n)$ для которых ваши оценки на $h(n)$ достигаются.

3. Найдите Θ -асимптотику $\sum_{i=1}^n \sqrt{i^3 + 2i + 5}$.

4. Пусть для положительной функции $f(n)$ известно, что $f(n) = (3 + o(1))^n + \Theta(n^{100})$. Верно ли в общем случае, что $\log f(n) = \Theta(n)$?

5. Дана программа

```
for (bound = 1; bound * bound < n; bound += 1 ) {
    for (i = 0; i < bound; i += 1) {
        for (j = 0; j < i; j += 2)
            печать ("алгоритм")
        for (j = 1; j < n; j *= 2)
            печать ("алгоритм")
    }
}
```

Пусть $g(n)$ обозначает число слов "алгоритм", которые напечатает программа. Найдите Θ -асимптотику $g(n)$.

6*. Оцените асимптотику роста функции $f(n) = \binom{2n}{n}$.