Сортировки I

1. Продемонстрируйте работу алгоритма QuickSort на массиве:

$$[10, 5, 9, 4, 2, 7, 1, 8, 3, 6]$$

(в качестве опорного элемента всегда выбирается последний).

Определение. Сортировку называют *устойчивой*, если равные по величине элементы в результате сортировки оказались расположены в порядке вхождения в исходный массив. Формально, если $a[i] = a[j], i < j$ и в результате сортировки массива a i-ый элемент оказался на месте i', а j-ый на j', то $i' < j'$.

2. Является ли устойчивой сортировка: **а)** QuickSort; **б)** MergeSort?

3. Дано n точек плоскости, заданных своими координатами (x_i, y_i). Предложите как можно более быструю процедуру нахождения круга минимального радиуса с центром в начале координат, содержащего не менее половины точек. (Считаем, что арифметические операции и сравнения выполняются за единицу времени.)

4. Рассмотрим детерминированный алгоритм поиска порядковой статистики за линейное время из параграфа 9.3 Кормена. Какая асимптотика будет у алгоритма, если делить элементы массива на группы по три, а не по пять?

5. Предложите асимптотически эффективный алгоритм (с точки зрения количества сравнений), который получает на вход массив a_i из n различных чисел и число $k < n/2$ и выдает сумму

$$\sum_{i=1}^{k} (a_{(i)} + a_{(n+1-i)}),$$

где $a_{(i)}$ — i-ая порядковая статистика.

6. Постройте итеративную версию алгоритма MergeSort.

7. На каком входе длины n алгоритм QuickSort работает за $\Theta(n^2)$? В качестве опорного элемента всегда выбирается последний.

8. Докажите, что любую сортировку сравнениями можно сделать устойчивой сохранив асимптотическое время работы.

9. Во время Дней Физика студентам доступно много разных активностей, но некоторые из них могут пересекаться. Вы хотите найти наибольший по размеру набор активностей, попарно не пересекающихся по времени проведения. Каждая из n активностей задана отрезком времени проведения $[l_i, r_i]$. Предложите $O(n \log n)$ алгоритм решения данной задачи.