1. На доске написан массив положительных целых чисел. За шаг можно брать любые два различных числа и вычитать из большего меньшее. Процесс остановится, когда на доске все числа будут одинаковыми. Чему они будут равны?

2 [ДПВ 1.33]. Постройте эффективный алгоритм для вычисления НОК и оцените его сложность. В данной задаче используется модель вычислений с атомарными битовыми операциями (т. е. время выполнения арифметических действий пропорционально длине чисел).

3. Дан массив $a_1, \ldots, a_n$. Найдите $\sum\limits_{i \neq j} a_i \cdot a_j$ за линейное время.

4. Найдите Θ-асимптотику рекуррент:

а) $T(n) = 36T(\frac{n}{6}) + n^2$;   **б)** $T(n) = 3T(\frac{n}{3}) + n^2$;   **в)** $T(n) = 4T(\frac{n}{2}) + \frac{n}{\log n}$.

5. Оцените трудоемкость рекурсивного алгоритма, разбивающего исходную задачу размера n на n задач размеров $\lceil \frac{n}{2} \rceil$ каждая, используя для этого $O(n)$ операций. Можно считать n степенью двойки.

6. Найдите Θ-асимптотику рекуррентной последовательности $T(n)$, считая что $T(n)$ ограничено константой при достаточно малых n:

а) $T(n) = T(\lfloor \alpha n \rfloor) + T(\lfloor (1-\alpha)n \rfloor) + \Theta(n) \quad (0 < \alpha < 1)$;

б) $T(n) = T(\lfloor n/2 \rfloor) + 2 \cdot T(\lfloor n/4 \rfloor) + \Theta(n)$;

в) $T(n) = 27T(\frac{n}{3}) + \frac{n^3}{\log^2 n}$.

7. На вход подаются натуральные числа n, p, $n < p$, p – простое. Предложите алгоритм, который за $O(n)$ арифметических операций вычисляет массив длины n (i пробегает значение от 1 до n):

а) $\texttt{invfac[}i\texttt{]} = (i!)^{-1} \pmod p$;

б*) $\texttt{inv[}i\texttt{]} = (i)^{-1} \pmod p$.