

Графы I. Поиск в глубину

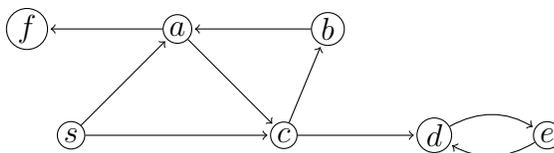


Рис. 1: Граф H .

1. Опишите компоненты сильной связности графа H .
 2. проведите поиск в глубину начиная с вершины **а)** с вершины a ; **б)** с вершины b ; **в)** с вершины e .
 3. Используя время открытия и закрытия, найденные поиском в глубину, найдите алгоритмически компоненты сильной связности. Постройте конденсат H' графа H .
 4. Проведите топологическую сортировку графа H' .
2. В графе G был проведён поиск в глубину. Время открытия и закрытия вершин сохранено в массивах d и f . Постройте алгоритм, который используя только данные из массивов d и f проверяет, является ли ребро e графа G
 - а) обратным ребром; **б)** ребром дерева.
 3. Постройте алгоритм, который проверяет, является ли граф двудольным.
 4. Постройте алгоритм, который находит кратчайшие расстояния от вершины u до всех достижимых из нее вершин взвешенного ориентированного ациклического графа (DAG) и оцените его время работы. На вход задачи подаётся описание DAG G и список ребер, каждое ребро задано тройкой целых чисел (i, j, w) , если в G есть ребро из вершины i в вершину j веса w . Длина пути из вершины u в вершину v во взвешенном графе — сумма весов на пути из u в v , если этот путь существует.
 5. Все степени вершин в неориентированном графе равны $2k$. Все его ребра покрашены в несколько цветов. Предложите $O(|V| + |E|)$ алгоритм, который находит в этом графе эйлеров цикл, в котором цвета всех соседних ребер разные (либо выводит, что такого цикла нет).
 6. Какое максимальное количество ребер может быть в ориентированном ациклическом графе на n вершинах?
 7. В ориентированном графе G каждая компонента сильной связности содержит ровно одну вершину. Докажите, что G является DAG.
- Определение.** Ориентированный граф называют *турниром*, если между каждой парой его вершин есть ровно одно ребро. Также такие графы называют *полными* ориентированными графами.

8. Турнир с $|V|$ вершинами задан в виде матрицы смежности ($|V|^2$ памяти), предложите алгоритм, который находит общий сток за $O(|V|)$ (или говорит, что его нет).

Общим стоком называют вершину, достижимую из любой вершины, такую, что из нее самой ребер не выходит.